

Der relativistische Quanten-Hall-Effekt

Dieser Effekt ist eine Variante des Quanten-Hall-Effekts, bei dem die Gravitation den Wert des Hall-Widerstandes leicht beeinflusst. Damit könnte die Gravitationskonstante gemessen werden.

Von Tilmann Schneider

Inhalt

- 1 Quanten-Hall-Effekt
- 2 Relativistischer Quanten-Hall-Effekt
- 3 Literatur
- 4 Impressum

1 Quanten-Hall-Effekt

Der Quanten-Hall-Effekt ermöglicht eine sehr genaue Widerstandsmessung, da hier der Hall-Widerstand nur von Naturkonstanten abhängt. Zur Herleitung gehen wir von einer elektrisch leitenden Platte aus, die die Dicke d , die Breite b und die Länge l besitzt. Die Platte wird der Länge nach von einem Strom I_y durchflossen. Senkrecht zur Platte liegt ein magnetisches Feld der Stärke B_z . Infolge dessen wird auf ein einzelnes Elektron die Lorentzkraft

$$K_L = \frac{lB_z I_y}{N}$$

ausgeübt (N = Anzahl aller in der Platte vorhandenen Elektronen). Die sich am Rand aufstauenden bzw. fehlenden Elektronen verursachen ein elektrisches Feld E_H , dessen Kraft

$$K_H = -eE_H \quad (1.1)$$

auf die Elektronen die Lorentzkraft kompensiert. Es ergibt sich für die Hall-Spannung

$$U_H = bE_H = -\frac{b l B_z I_y}{N e}.$$

Gilt für die Plattenabmessungen $d \ll l$, $d \ll b$, so liegt ein 2-dimensionales Elektronengas vor. Für die Zahl der Elektronen gilt

$$N = \frac{e b l B_z}{h} i \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

(h = Plancksches Wirkungsquantum). Anschaulich kommt die Quantisierung dadurch zustande, dass die Elektronen infolge des starken Magnetfeldes Kreisbewegungen ausführen (Zyklotronresonanz). Quantenmechanisch sind entlang dieser Kreisbahnen nur stehende Wellen erlaubt.

Für die Hall-Spannung gilt dann

$$U_H = -R_H I_y$$

mit dem Hall-Widerstand

$$R_H = \frac{h}{ie^2}.$$

2 Relativistischer Quanten-Hall-Effekt

Um den relativistischen Quanten-Hall-Effekt zu beschreiben, muss Gleichung (1.1) verallgemeinert werden. Für die kovariante Form der Kraft gilt mit dem elektromagnetischen Feldstärketensor $F_{\mu\nu}$:

$$K_{\mu} = -eF_{\mu\nu}u^{\nu}$$

mit der Vier-Geschwindigkeit

$$(u^{\nu}) = (u^0, u^1, u^2, u^3).$$

Ferner gilt für die Lichtgeschwindigkeit:

$$c^2 = u_{\nu}u^{\nu} = g_{\mu\nu}u^{\mu}u^{\nu}.$$

Um die Messung des Quanten-Hall-Effekts in einem Gravitationsfeld durchzuführen, wird von einem ruhenden Versuchsaufbau z.B. an der Erdoberfläche ausgegangen. Es ist dann

$$(u^{\nu}) = (u^0, 0, 0, 0)$$

und

$$c^2 = g_{00}(u^0)^2.$$

Es folgt dann für u^{ν} :

$$(u^{\nu}) = \left(\frac{c}{\sqrt{g_{00}}}, 0, 0, 0 \right).$$

Damit gilt

$$K_{\mu} = -eF_{\mu 0}u^0$$

oder in Komponentenschreibweise analog zu (1.1):

$$K_H = -\frac{eE_H}{\sqrt{g_{00}}}.$$

Der Wert für g_{00} ergibt sich aus der Schwarzschild-Metrik

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 1 - \frac{r_S}{r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{1 - \frac{r_S}{r}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

mit dem Schwarzschild-Radius

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}.$$

Daraus resultiert ein modifizierter Wert für R_H :

$$R'_H = R_H \sqrt{1 - \frac{r_s}{r}} \approx R_H \left(1 - \frac{GM}{rc^2}\right).$$

Für M und r sind dabei die Erdmasse bzw. der Erdradius einzusetzen. Daraus ergibt sich für $\frac{GM}{rc^2}$ ein Wert von etwa $7 \cdot 10^{-10}$. Gelänge es, die Messgenauigkeit des Quanten-Hall-Effektes auf wenigstens 10^{-12} zu steigern, könnte die Gravitationskonstante G bestimmt werden.

3 Literatur

Hermann Weyl, "Raum, Zeit, Materie", 7. Auflage, Springer-Verlag, 1988

Torsten Fließbach, "Allgemeine Relativitätstheorie", 2. Auflage, Spektrum Akademischer Verlag, 1995

Hajdu, Kramer, "Der Quanten-Hall-Effekt", Phys. Bl., 41, (1985), 401-406

4 Impressum

Titel: Der relativistische Quanten-Hall-Effekt

Verfasser: Tilmann Schneider, Rüdeshheimer Str. 58, D-53175 Bonn

URL: <http://www.relativistische-asynchronmaschine.de>

E-Mail: admin@relativistische-asynchronmaschine.de

Rev. 3.0, 14.11.2009

©2002-2009

Alle Rechte vorbehalten